RELATIVIDAD FACIL:
INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD, LA COSMOLOGÍA Y LOS AGUJEROS NEGROS.

Ángel Torregrosa Lillo

Einstein, cabello y violín,
Hacemos nuestra última reverencia;
aunque sólo comprendido por dos personas,
él mismo y, a veces, Dios

Jack C. Rosseter
(The Mathematics Teacher, noviembre 1950, p 341)

Título: ***Relatividad fácil: introducción a la teoría de la relatividad, la cosmología y los agujeros negros.*.**
Autores: © Ángel Torregrosa Lillo
I.S.B.N.: 84-8454-218-1
Depósito legal: A-1069-2002
Edita: Editorial Club Universitario Telf.: 96 567 38 45
C/ Cottolengo, 25 – San Vicente (Alicante)
www.ecu.fm

Printed in Spain
Imprime: Imprenta Gamma Telf.: 965 67 19 87
C/. Cottolengo, 25 - San Vicente (Alicante)
www.gamma.fm
gamma@gamma.fm

Este libro surge de la unión de tres artículos que realicé con la intención de divulgar estos temas tan atractivos como confusos para la mayoría (agujeros negros, teoría de la relatividad, cosmología), tratando de evitar que se convirtiera en un texto típico en el que te encuentras constantemente frases del tipo *"se deduce que ..."* o "*fulanito dedujo que ...*" en todo lo que he podido, pero a la vez he tratado de evitar un documento puramente científico plagado de cálculos tensoriales ininteligibles, de modo que espero que con unos conocimientos de física de bachillerato o primero de universidad sea suficiente para entender incluso las deducciones más complicadas del texto.

Por otro lado cualquiera puede leerlo saltándose las demostraciones y aún así creo que puede resultar interesante. Debo decir aquí que a pesar de que he puesto la teoría de la relatividad al principio, es bastante probable que la mayoría prefiera empezar la lectura por el bloque de agujeros negros. De hecho es la parte más popular en mi página web, donde puedo ver que paginas tienen más visitas.

Espero que este trabajo contribuya en algo a la divulgación y comprensión de un tema tan apasionante.

Ángel Torregrosa Lillo

INDICE

0- PREFACIO

Desde mi punto de vista, las ideas de Einstein no pueden comprenderse bien si no conocemos las experiencias previas de otros científicos respecto a medición de la velocidad de la luz, las experiencias de Michelson, las discusiones sobre el éter y las ideas de Lorentz.

Aquí empiezo con dichas experiencias y teorías, y luego paso a Einstein y las suyas. Como veréis al tratar la relatividad especial, no hago uso de las famosas transformadas de Lorentz pues son muy duras matemáticamente para un artículo así, aunque finalmente no pude resistir la tentación de hablar de ellas y de usarlas para deducir la fórmula de la adición de velocidades.

No se puede hablar de relatividad sin hablar del espacio-tiempo en cuatro dimensiones, cosa que además es necesaria para un correcta demostración de la famosa fórmula $E=mc^2$. Tratar su demostración me ha obligado a introducir los cuadrivectores o tensores a pesar de querer evitarlos. Espero que se entienda.

Respecto a la relatividad general, empiezo de un modo simple, con carácter histórico y usando solo el principio de equivalencia para algunas demostraciones, aunque esto me haga perder algo de rigurosidad, con el fin de ser didáctico, y luego introduzco la métrica de Schwarzschild como herramienta principal que es para realizar cálculos.

Algunos de estos cálculos pueden verse en los anexos: frenando la luz, contracción de longitudes, tiempos propios en órbitas, junto a otros artículos como un debate sobre la famosa paradoja de los gemelos, un intento de explicarla, un problema sobre satélites, un interesante artículo (al menos para mi) sobre el efecto Sagnac, muy usado como argumento por los enemigos de la relatividad, un debate personal sobre los sistemas inerciales y su existencia, cosa básica en el tratamiento de la relatividad y un artículo sobre el fondo de microondas y su relación con la determinación de sistemas inerciales.

Este último a veces pienso que debería estar en el bloque sobre cosmología, pero su relación con la relatividad me a llevado a dejarlo como anexo.

Pero antes de los anexos podréis encontrar un bloque de apartados sobre los agujeros negros, empezando por su historia, su formación, pasando por la teoría de la relatividad aplicada a ellos y llegando hasta una pequeña hipótesis que he tenido la osadía de plantear sobre una posible configuración interior. Esta parte sobre los agujeros negros creo que será la más interesante de todo el libro para muchas personas.

Por último, dado que está de moda incluso en la televisión hablar de los últimos descubrimientos sobre si el universo es plano o si se expande aceleradamente, antes de los anexos he introducido una breve introducción a la cosmología explicando algunos de estos conceptos y enseñando como se calcula la densidad crítica que nos llevaría al colapso total del universo si se supera.

LIBRO 1: LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD

1- EL ÉTER, LAS EXPERIENCIAS DE FIZEAU Y MICHELSON, Y LAS TEORÍAS DE LORENTZ

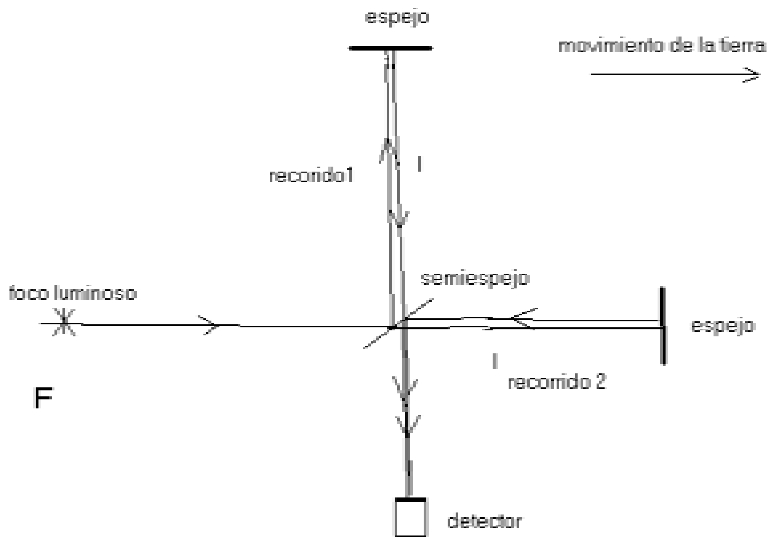
A finales del siglo pasado se discutía sobre si el substrato (**éter**) sobre el que se movía la luz y que se suponía que transmitía todas las fuerzas era estático o era arrastrado por los cuerpos al moverse.

Fizeau (1851) había medido la diferencia de velocidad de la luz en una columna de agua que se movía hacia él y en otra que se alejaba de él. Descubrió que la diferencia de velocidades era muy pequeña lo cual era un resultado a favor del éter de **Fresnel**, el cual abogaba por un éter estático y decía que los cuerpos en movimiento arrastraban consigo a la luz según un coeficiente de arrastre que sería $(1\text{-}1/n^2)$ siendo n el índice de refracción del medio (que coincide con c/w siendo c la velocidad de la luz en el vacío y w la velocidad de la luz en el medio). La velocidad de la luz observada cuando el medio se mueve a una velocidad v sería:

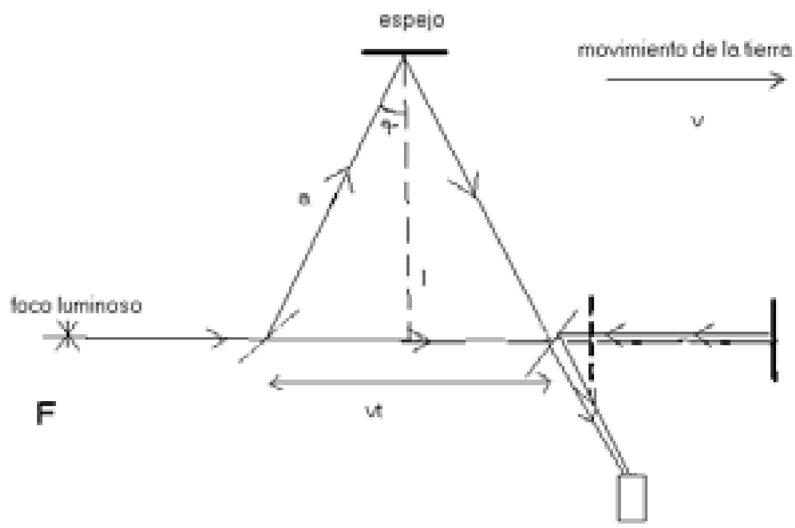
$$c' = w + \frac{v}{1 - \dfrac{1}{n^2}} \qquad (1)$$

Con esto no se podría detectar el movimiento a través del éter si el aparato utilizado solo llegaba a una precisión del orden de v/c. Era necesario llegar a una precisión del orden de $(v/c)^2$.

En esta situación a **Michelson** (1887) se le ocurrió una experiencia crucial: enviar simultáneamente dos rayos de luz (procedentes de la misma fuente) en direcciones perpendiculares, hacerles recorrer distancias iguales y recogerlos en un punto común. Uno de los rayos tardaría más que el otro debido al movimiento de la tierra alrededor del sol y por lo tanto a través del supuesto éter. Girando el aparato, las interferencias entre los rayos deberían ser diferentes. Veamos como fue el experimento



las distancias entre los espejos y el semiespejo son iguales y miden una longitud l con lo que el recorrido 1 y 2 deberían ser iguales, pero desde el punto de vista de un observador exterior lo que se observa es esto otro:



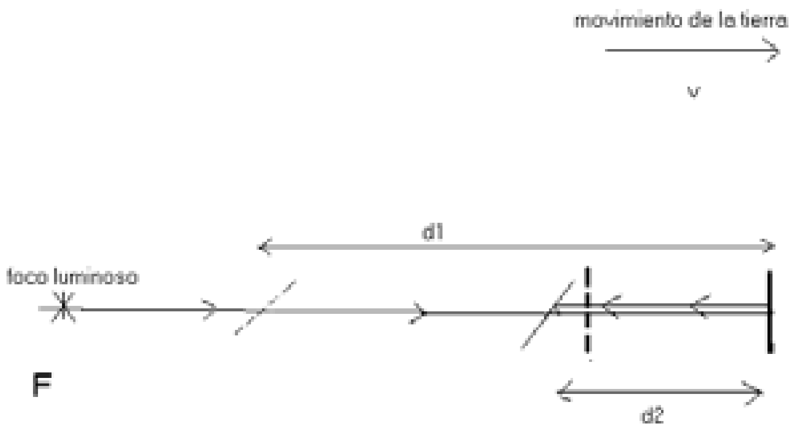
existe una diferencia entre los recorridos 1 y 2 que sólo existen para un observador situado en reposo en el supuesto éter (por ejemplo se podría suponer que en el sol). Para este caso, suponiendo que el éter no fuera arrastrado por la tierra al moverse a través de él sino que lo atravesara limpiamente, si v es la velocidad de la tierra a través del espacio (unos 30 km/s de velocidad de rotación alrededor del sol) tenemos que los recorridos para el observador en reposo (fuera del planeta) serán:

Recorrido1 = d = $\frac{2l}{\cos \alpha} = \frac{2l}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 \alpha}} = \frac{2l}{\sqrt{1-\left(\frac{\frac{vt}{2}}{a}\right)^2}}$

y como a=ct/2, obtenemos

d = $\frac{2l}{\sqrt{1-\left(\frac{\frac{vt}{2}}{\frac{ct}{2}}\right)^2}} = \frac{2l}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

Recorrido 2 = d'= d1+d2 = t1 c + t2 c



para hallar t1 y t2 puedo suponer que a la ida (t1) la luz va a una velocidad c-v y la distancia sigue siendo l, e igualmente para la vuelta (t2) puedo suponer que la velocidad es c+v y la distancia l. Entonces t1=l/(c-v) y t2=l/(c+v) y de aquí obtengo que

d ‘= t1 c + t2 c = cl/(c-v) + cl/(c+v)= cl(c+v+c-v)/(c^2-v^2) = 2c^2l/(c^2-v^2) =

$$d' = \frac{2l}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Como vemos son diferentes d y d’ con una relación

$$\frac{d'}{d} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

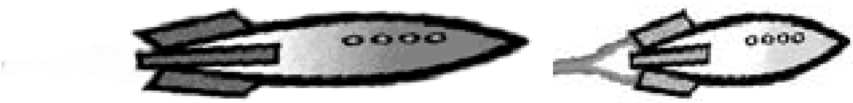
sin embargo cuando realizaron el experimento no había ninguna diferencia entre las franjas de interferencia de los dos rayos por mucho que giráramos el aparato para que variasen los recorridos, lo cual llevaba a la conclusión de que el éter era arrastrado.

Había un choque entre la experiencia de Fizeau y la de Michelson. La de Fizeau nos llevaba aun éter estático y la de Michelson a un éter totalmente dinámico.

En esta situación a Lorentz y a Fitzgerald se les ocurrió una solución: el éter es estático y la experiencia de Michelson se explica por una **contracción de las longitudes en la dirección del movimiento** exactamente en un factor K= $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ o sea que

$$l' = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (2)$$

siendo l la longitud del cuerpo en reposo.



(Según la relatividad el cohete en movimiento sería más corto y todo dentro de él encogería en la misma dirección)

Este fenómeno no es comprobable experimentalmente pero a causa de él Lorentz dedujo que los electrones (o cualquier partícula cargada) en movimiento, al comprimirse su volumen se comprime su carga y ello provoca la aparición de una masa electromagnética de forma que la masa total de la partícula a aumentado en el factor $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, lo que implica que la **masa** del electrón en movimiento sería:

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (3)$$

Esta masa coincide con los cálculos efectuados a partir de experimentos con rayos catódicos y aceleradores de partículas.

Así tenemos que al aumentar la velocidad de un cuerpo hasta la velocidad de la luz, su masa crecería hasta el infinito y por lo tanto también lo haría su energía cinética con lo que necesitaríamos una **energía infinita para alcanzar la velocidad de la luz**.

Pero a la teoría de éter estático aún le quedaba un problema: las ecuaciones de Maxwell para un campo electromagnético se basaban en un éter en reposo respecto a la fuente de emisión electromagnética; o sea un éter arrastrado en el caso de la Tierra. Si el éter era estático el movimiento de la Tierra a través de él debía causar una serie de tensiones en el éter que provocaran fenómenos electromagnéticos mensurables, pero nunca se ha conseguido medirlos.

Lorentz trató de resolverlo diciendo que el éter no recibía ni provocaba tensiones ni fuerzas en la materia; era totalmente inactivo y sólo actuaba como substrato de las ondas electromagnéticas. Además creó unas ecuaciones de cambio de coordenadas de un sistema en reposo a otro en movimiento basadas en su idea de contracción de longitudes por causa del movimiento con las que las ecuaciones de Maxwell resultaban invariantes.

Este fue el inicio del fin del éter ya que así podía asimilarse al espacio absoluto en el que Newton se basó, o sea la nada, el vacío absoluto.

Entonces llegó Einstein con sus ideas.

2- EINSTEIN Y LA RELATIVIDAD

Einstein quería conseguir los mismos resultados que Lorentz pero a partir de alguna ley general mas sencilla e invariable.

Esta ley fue que no existe un sistema de referencia que podamos considerar como en reposo absoluto. Que *cada objeto con movimiento uniforme podía usarse como sistema de referencia* para el resto del universo sin variar en absoluto las leyes de la física. Esto implica que **la velocidad de la luz será la misma para un observador en reposo que para uno en movimiento uniforme**.

A partir de aquí se pueden deducir las transformadas de Lorentz y más efectos, como una disminución de la velocidad con que transcurre el tiempo para los cuerpos en movimiento. Su forma de deducir las transformadas de Lorentz es compleja para ser expuesta en este artículo, por lo tanto voy a tratar de usar otro método más didáctico de llegar a las mismas conclusiones aunque no sea tan riguroso. (finalmente decidí añadir apartado con un modo aceptablemente sencillo de hallarlas: ver apartado sobre las transformadas de Lorentz)

Partiremos de la experiencia de Michelson (ver apartado anterior) dividida en dos partes: 1) el rayo de luz que viaja perpendicular al movimiento de la tierra y 2) el que viaja en la misma dirección que la tierra. Y supondremos que con cada parte tenemos dos observadores (uno en reposo y otro en movimiento junto al experimento) que tratan de medir la velocidad de la luz y que la velocidad que obtengan ha de ser la misma.

Llamaremos K a $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ que siempre será menor o igual que 1 para velocidades inferiores a la de la luz (o sea siempre) y usaremos los cálculos de los recorridos 1 y 2 que vimos antes.

En el recorrido 1 la distancia recorrida por la luz para el observador en movimiento (en la tierra) es 2l que es K veces menor que para el observador en reposo (d=2l/K) (por ejemplo en el sol). Por lo tanto para que ambos obtengan la misma velocidad de la luz en una experiencia de cronometraje de la luz en su ida y vuelta al dividir espacio entre tiempo, debe ocurrir que el observador en movimiento cronometre K veces menos tiempo que el observador en reposo (reposo relativo, por supuesto), lo cual significa que **el movimiento frena el transcurso del tiempo en un factor K (**denominado habitualmente **“dilatación del tiempo”)**.

$$t' = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad (4)$$

En el recorrido 2 la distancia recorrida por la luz para el observador en movimiento (2l) es K^2 veces menor que para el observador en reposo (d’ =2l/K^2). Suponiendo el mismo efecto sobre el tiempo que en 1 (tiempo en movimiento K veces menor que en reposo) tenemos que la única forma de obtener la misma velocidad de la luz para ambos observadores es considerar que las longitudes de los cuerpos se contraen en un factor K en la dirección del movimiento desde el punto de vista del observador en reposo. Así la distancia recorrida por la luz será para el observador en movimiento sólo K veces menor que para el observador en reposo igual que ocurre con el tiempo y la velocidad de la luz medida tanto por el observador en reposo como el que está en movimiento será la misma. De aquí se concluye la misma **contracción de longitudes** (2) que predijo Lorentz.

$$l' = l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

En resumen tenemos según Einstein:

Postulado: **Las leyes de la física son idénticas para cualquier sistema inercial de referencia**.

Consecuencias:

1.- El reposo o el movimiento uniforme de un sistema son indetectables desde el propio sistema de referencia.

2.- En todo sistema de referencia en movimiento el tiempo transcurre más lentamente.

3.- En todo sistema de referencia en movimiento los cuerpos se contraen en la dirección del movimiento.

4.- En todo cuerpo en movimiento la masa aumenta.

Además se observa que si superamos la velocidad de la luz las longitudes de los cuerpos, el tiempo transcurrido y la masa de los cuerpos tendrían valores imaginarios. También vemos que al aumentar la masa del cuerpo aumenta la energía necesaria para acelerarlo siendo infinita para v=c.

Todo ello nos lleva a darnos cuenta de que

5.- No se puede superar la velocidad de la luz.


NOTA:
Debido a la observación del fondo de microondas del espacio (ver anexos), se observa que hay una anisotropía en las observaciones (al contrario de lo que cabía esperar por considerarnos inerciales) puesta de manifiesto por desplazamiento de las frecuencias observadas (por efecto Doppler) que nos muestran un movimiento de la Tierra a una velocidad de unos 370 Km/s. Esta es la velocidad desplazamiento del sistema solar por el espacio, que teniendo en cuenta la rotación del sol alrededor de la galaxia nos da una velocidad de desplazamiento de la galaxia de unos 600 Km/s a través del espacio y pone en duda que el movimiento uniforme sea indetectable.

Pero los razonamientos de Einstein no acaban aquí. A partir de las ecuaciones para el cambio de un sistema de coordenadas a otro en movimiento (Transformadas de Lorentz), dedujo una formula para la velocidad de un cuerpo respecto a un sistema conocida la velocidad respecto a otro sistema en movimiento que servía para el experimento de Fizeau coincidiendo con sus resultados con sólo un error de un 1%. *Es la famosa fórmula cuya demostración podéis ver en le apartado sobre el teorema de adición de velocidades*

En esta situación **ya no tenía sentido hablar del éter: no era útil**, y en caso contrario seguiría siendo indetectable.

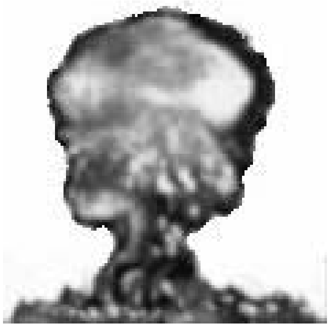
Pero continuemos con los razonamientos de Einstein. Aplicando las transformadas de Lorentz al cálculo de la energía cinética de un cuerpo y desarrollando en serie obtuvo un sumando que no dependía de la velocidad:

$$\mathbf{mc^2} \qquad (5)$$

Esta sería la energía del cuerpo en reposo, o sea la **energía propia de la masa**, y puestos a seguir generalizando: energía y masa son lo mismo pero con distinto aspecto. Las mas espectaculares pruebas de esta fórmula están en la bomba atómica, las centrales nucleares y el mismo sol. Podemos ver una deducción completa de dicha fórmula en el apartado sobre el espacio cuadridimensional .

Volveré a poner aquí la fórmula más conocida de Einstein

$$\boxed{\mathbf{E = m_0c^2}}$$



3- UNA DEDUCCIÓN SENCILLA DE LAS TRANSFORMADAS DE LORENTZ

Aunque dije al principio que no las usaría, no puedo resistir la tentación de exponer aquí a las famosas transformadas de Lorentz deducidas de un modo sencillo y relacionado con el modo anterior de hacer deducciones.

Pero primero hagamos una introducción:

Galileo (absolutista total ya que no se había descubierto aún contracciones de metros ni dilataciones temporales) dedujo que si tengo un sistema en reposo A y otro en movimiento A' (a velocidad v respecto de K a lo largo del eje x), las coordenadas de un punto del espacio para A son x,y,z y para A' x',y',z'.

Pues bien, si quiero hallar las coordenadas de x, y, z a partir de las de x', y', z' tengo las ecuaciones

z=z'
y=y'
x=x' + vt

Este conjunto de tres ecuaciones son la **trasformación de Galileo** o TRASFORMADAS DE GALILEO.

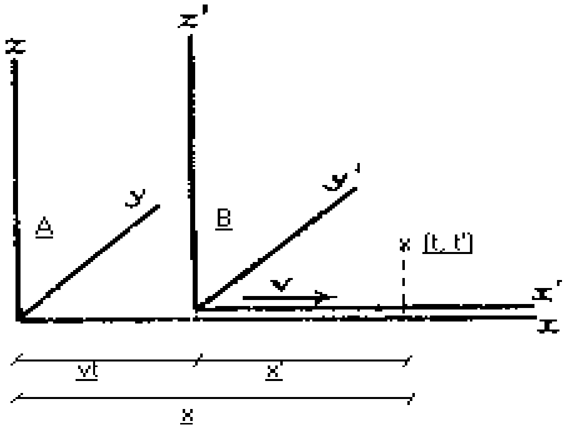
Pues bien, Lorentz a partir de su famosa contracción de longitudes dedujo que algo cambiaba:

z'=z
y'=y
x'=(x - vt)/K

(siendo $K = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$)

Pero nos falta aún ver que pasa con la coordenada temporal. En la época de Galileo t=t' pero ahora ya no podemos ser tan optimistas.

Para aclararlo consideraremos un sistema de referencia A en supuesto "reposo" y otro B en movimiento uniforme a lo largo del eje x de A (con velocidad v). Partimos de una situación en la que ambos sistemas están superpuestos en un instante $t_0=0$.



Entonces un rayo de luz es disparado desde el origen de coordenadas de A (que coincidía con el de B en $t=t'=t_0=0$) a lo largo del eje X y en un punto de coordenada x respecto a A un detector percibe el rayo de luz en un instante t para A (y t' para B).

Esta detección ocurriría, desde el punto de vista de A, en una coordenada x - vt del sistema B. Pero por culpa de la contracción de longitudes de Lorentz tendremos que para B sus reglas de medir son menores y por lo tanto esa coordenada x' será mayor en un factor 1/K siendo $K=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Entonces (como indicábamos arriba)

$$\mathbf{x' = (x - vt)/K} \qquad (6)$$

Por otro lado por el principio de relatividad, tenemos que ambos observadores deberían medir la misma velocidad para los rayos de luz, por lo que ha de ocurrir que $x = ct$ y que $x' = ct'$.

Sustituyendo x' por ct' , x por ct y t por x/c en (6) se obtiene $ct' = (ct - vx/c)/K$, y despejando t' sale:

$$\mathbf{t' = (t - vx/c^2)/K} \qquad (7)$$

Así tenemos que (6) y (7) junto a **y'=y** y **z'=z** constituyen el llamado **grupo de transformación de Lorentz** (Más vulgarmente : TRASFORMADAS DE LORENTZ PARA CAMBIO DE SISTEMA DE REFERENCIA)

De las transformadas de Lorentz podemos obtener la famosa fórmula de la **dilatación temporal** (4), veamos como:

Supongamos un reloj en el origen de coordenadas del sistema móvil B; entonces se da siempre que x'=0 y que x=vt. Entonces la transformada cuarta (7) se convierte en $t' = (t - v^2t/c^2)/K$ y sacando factor común t $t'=t(1-v^2/c^2)/K$, y como nuestro K es $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ podemos simplificar y obtener **t'=tK** o sea $t' = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$
(t' es t contraída o t es t' dilatada)

Ahora el cambio de coordenadas ya no es galileano si no

$$x' = \frac{(x - vt)}{K}$$

y' = y
z' = z

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{K}$$

Siendo t y t' los tiempos relativos transcurridos para cada sistema de coordenadas.

Un detalle sobre la constancia de la velocidad de la luz para todo sistema de referencia inercial:

Esta deducción de las transformadas de Lorentz nos lleva a la evidencia (evidente ya que hemos partido de esa premisa para deducirlas) de que ***a partir de ellas podemos deducir que la velocidad de la luz es invariante*** *para todos los sistemas de referencia inerciales. Veamos como:*

Partiendo de la misma situación que hemos puesto al principio de este apartado tenemos que x=ct y por lo tanto t=x/c. Y además A puede medir la velocidad de la luz calculando c=x/t y B también la podrá medir calculando c'=x'/t'

y ahora usamos las dos transformadas de Lorentz importantes $x' = (x - vt)/K$ *(6) y* $t' = (t - vx/c^2)/K$ *(7)*

multiplicamos (7) por c y sale $ct'=(ct-vx/c)/K$ *sustituimos ct por x y x/c por t, y tenemos* $ct'=(x-vt)/K$

cuyo término de la derecha es igual al de la derecha de (6) y por lo tanto por igualación tenemos que $x'=ct'$

entonces despejando tengo que $x'/t'=c$

y como $x'/t'=c'$ *tenemos que* $c=c'$

¡Se concluye entonces de las transformadas de Lorentz que ***todo sistema de referencia inercial medirá la misma velocidad de la luz****!*

Lo último expuesto se basa en una medida de la velocidad de la luz en un trayecto sólo de ida. Esto hecha por tierra muchas teorías anti-relatividad que dicen que la velocidad de la luz es sólo constante en trayectos de ida y vuelta y no en trayectos sólo de ida o sólo de vuelta, pero que sin embargo aceptan las trasformadas de Lorentz. Está claro que si aceptan las transformadas de Lorentz deben aceptar también la invarianza de la velocidad de la luz, y si no lo hacen tampoco pueden aceptar las transformadas de Lorentz y sus consecuencias

Y también se puede deducir a partir de estas transformadas el teorema de adición de velocidades, como expongo en el siguiente apartado.

4- TEOREMA DE ADICIÓN DE VELOCIDADES

Continuemos con nuestros sistemas de referencia “fijo” A y “móvil” B (a velocidad v). Si un objeto se mueve a lo largo del eje x a velocidad w respecto de B, tendríamos según la mecánica clásica que la velocidad de dicho objeto respecto a A es

$$W = v + w$$

además tendremos que $x' = wt'$ que sustituida en la transformada primera de Lorentz (6) nos da

$$wt'=(x-vt)/K \quad \text{y despejando} \quad t'=(x-vt)/(Kw)$$

entonces sustituyendo t’ en la cuarta transformada (7) tenemos

$$(x-vt)/(Kw) = (t - vx/c^2)/K$$

y simplificando y operando paso a paso obtenemos

$(x-vt)/w =t - vx/c^2$
$x - vt = wt - vwx/c^2$
$x + vwx/c^2 = vt + wt$
$x(1 + vw/c^2) = t(v + w)$

y como x/t será igual a la velocidad del objeto respecto al sistema A tenemos $x/t = W$ y por lo tanto

$$\boxed{W = \frac{v+w}{1+\frac{vw}{c^2}}} \qquad (8)$$

que es el **teorema de adición de velocidades.**

Esta fórmula tiene grandes implicaciones, pues al sumar velocidades relativas ya no podemos hacerlo al modo clásico, sino que no tenemos más remedio que usar esta fórmula, y la suma relativista de dos velocidades será siempre menor que la suma galileana sin pasar nunca de la velocidad de la luz.

Así en el caso extremo de v =c y w=c tenemos que

W = (c+c)/(1+c^2/c^2) = 2c/(1+1) = c

! por muchas velocidades relativas que sumemos nunca pasaremos de c!

A todo lo visto hasta ahora se le llama “TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL o RESTRINGIDA. A continuación veremos algo de la Teoría General, pero antes veamos el espacio cuadridimensional de Minkowsky, que he pensado que sería mejor ponerlo aquí en vez de dejarlo para los anexos. De todos modos si no tienes intención de profundizar demasiado tal vez desees saltarte el siguiente apartado, pero en mi opinión es uno de los más importantes de la teoría de la relatividad, aunque sea algo duro de comprender.

En los anexos 1 y 4 podrán ver además unos artículos sobre la famosa “paradoja de los gemelos”, si deseas ampliar un poco más sobre la teoría de la relatividad especial.

5- EL ESPACIO EN CUATRO DIMENSIONES, MASA Y ENERGÍA: E=Mc²

Esta parte contiene (sobre todo en la segunda mitad) una parte de cálculo que puede resultar bastante árido, pero que es el modo en que actualmente se maneja al Relatividad Especial y creo que es conveniente que aparezca en este texto. Aún así si lees sólo la parte inicial te servirá como introducción para hacerte una idea del mundo en el que estamos inmersos.

El espacio cuadridimensional fue introducido por Minkowsky, pero antes de hablar de ello veamos como introducción que ocurre por culpa del principio de constancia de la luz:

Consideremos al espacio y al tiempo como definidos físicamente respecto de dos sistemas inerciales A y B y un rayo de luz que se propaga en el vacío de un punto a otro b. Si r es la distancia medida entre los dos puntos tendremos que para el sistema en "reposo" $r = c.\ dt$ (aquí debería poner incremento de t), y elevando al cuadrado ambos miembros y expresando r^2 mediante el teorema de Pitágoras aplicado a sus coordenadas tenemos que $(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2 = c^2(dt)^2$

Y por el principio de constancia de la velocidad de la luz también deberá ocurrir lo mismo para el otro sistema inercial en "movimiento".

$$(dx')^2+(dy')^2+(dz')^2 = c^2(dt')^2$$

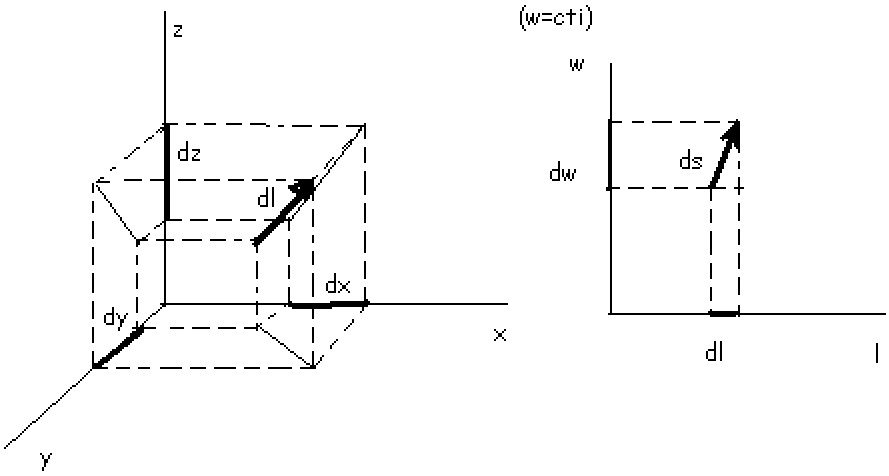
De aquí se pueden deducir las transformadas de Lorentz de tal forma que sean consistentes con las dos expresiones.

Con esta introducción aparece que el verdadero elemento en la determinación del espacio-tiempo es el suceso determinado por los cuatro números ***x, y, z y t*** *pudiendo entonces considerar estos cuatro números como las* ***coordenadas de un suceso en el continuo de cuatro dimensiones.***

Así para poder trabajar mejor con las ecuaciones de la relatividad especial, **Minkowsky** asignó a todo evento una **cuarta dimensión** perpendicular a las otras tres y de componente imaginaria cuyo valor sería ict siendo i la componente imaginaria (raíz cuadrada de -1). Así tendríamos que por el teorema de Pitágoras un **diferencial de espacio-tiempo** entre dos sucesos ds será tal que

$$\boxed{(ds)^2 = (dx)^2+(dy)^2+(dz)^2+(dw)^2} \qquad (9)$$

siendo **w=cti** y teniendo entonces 4 ejes de coordenadas de tipo cartesiano en el que podemos aplicar el teorema de Pitágoras sin problemas.



Y si cambiamos de sistema de referencia tendremos $(ds')^2 = (dx')^2+(dy')^2+(dz')^2+(dw')^2$ que ha de ser igual a (9) pues la longitud de un vector es igual para todo sistema de referencia.

Para ilustrar esta igualdad de longitudes imagina un sistema de coordenadas XY normalito y un segmento en ese sistema. Ahora mueve o gira el sistema de coordenadas dejando quieto el segmento Pues bien, el segmento sigue siendo de la misma longitud, simplemente ha cambiado de posición respecto al sistema de coordenadas.

Esta expresión matemática $(ds)^2 = (ds')^2$ se cumple perfectamente para la transformación de Lorentz, por lo que Einstein adoptó este modelo del espacio-tiempo. Es la METRICA DE MINKOWSKY.